九章算術細草圖說

九章算術細草圖說卷九

魏　劉徽　注

唐朝議大夫行太史令上輕車都尉臣李淳風等奉　敕注釋

鍾祥李　潢雲門譔

句股以御高深廣遠

今有句三尺股四尺問爲弦幾何

荅曰五尺

今有弦五尺句三尺問爲股幾何

荅曰四尺

今有股四尺弦五尺問爲句幾何

荅曰三尺

如圖短面曰句長面曰股相與結角曰弦

股

弦

句

句股短面曰句長面曰股相與結角曰弦句短其股股短其弦將以施於諸率故先具此術以見其源也

術曰句股各自乘并而開方除之卽弦句自乘爲朱方股自乘爲青方令出入相補各從其類因就其餘不移動也合成弦方之冪開方除之卽弦也

又股自乘以減弦自乘其餘開方除之即句淳風等謹按此術以句股冪令成弦冪句方於內則句短於股令股自乘以減弦自乘餘者即句冪也故開方除之即句也

又句自乘以減弦自乘其餘開方除之即股句股冪合以成弦冪令去其一則餘在者皆可得而知之

求弦草曰置句三尺自乘得九尺爲句冪又置股四尺自乘得一十六尺爲股冪并句股冪得二十五尺爲弦冪開方除之得五尺即弦也合

問

求股草曰置句三尺自乘得九尺爲句冪又置

弦五尺自乘得二十五尺爲弦冪以句冪減弦冪餘一十六尺爲股冪開方除之得四尺即股也合問

求句草曰置股四尺自乘得一十六尺爲股冪又置弦五尺自乘得二十五尺爲弦冪以股冪減弦冪餘九尺爲句冪開方除之得三尺即句也合問

說曰據劉徽序解體用圖及此注句自乘爲朱方股自乘爲青方云云知舊本有圖而今亡矣補之如后

如圖句自乘爲朱方股自乘爲青方令出入相補各從其類因就其餘不移動也合成弦方之冪開方除之卽弦也

今有圓材徑二尺五寸欲爲方版令厚七寸問廣幾何

答曰二尺四寸五分

潢按五分二字衍

如圖圓徑爲弦版厚爲句版廣爲股

術曰令徑二尺五寸自乘以七寸自乘減之其餘開方除之即廣此以圓徑二尺五寸爲弦版厚七寸爲句所求廣爲股也

草曰置徑二尺五寸展作二十五寸爲弦自乘得六百二十五寸爲弦冪又置厚七寸爲句自乘得四十九寸爲句冪以句冪減弦冪餘五百

七十六寸爲股冪開方除之得二尺四寸爲股

即廣也合問

說曰前注云句短其股股短其弦此問版厚短於版廣故以版厚爲句版廣爲股而圓徑其弦也

今有木長二丈圍之三尺葛生其下纏木七周上與木齊問葛長幾何

荅曰二丈九尺

如第一圖葛纏木七周上與木齊

第二圖解而觀之每周之間自相間成句股弦合七小句股弦為一大句股弦故以七周乘圍為股木長為句而葛長其弦也

術曰以七周乘三圍為股木長為句為之求弦弦者葛之長

撅圍廣木長求葛之長其形葛卷裹袤以筆管青絲宛轉有似葛之纏木解而觀之則每周之間自有相間成句股弦則其間木長為股圍之為句葛長為弦弦七

周乘三圍是并合衆句以爲一句則句長而股短故術以木長謂之句圍之謂之股言之倒互句與股求弦亦如前圖句三自乘爲朱冪股四自乘爲青冪合朱青二十五爲弦五自乘冪出上第一圖句股冪合爲弦冪明矣然二冪之數謂倒在於弦冪之中而已可更相裏者則成方冪共居表者則成矩冪二表裏形詭而數均又按此圖句冪之矩青卷白表是其冪以股弦差爲廣股弦并爲袤而股冪方其裏股冪之矩青卷白表是其冪以句弦差爲廣句弦并爲袤而句冪方其裏是故差之與并用除之短長互相乘也

潢按術文以七周乘三圍爲股疑有衍誤當作以七周乘圍爲股或作以七周乘三尺爲股注弦七周乘三圍亦誤餘詳說中

草曰以七周乘圍三尺得二十一尺爲股自乘

得四百四十一尺爲股冪又置木長二十尺爲句自乘得四百尺爲句冪并之得八百四十一尺爲弦冪開方除之得二十九尺爲弦卽葛之長也合問

說曰云句與股求弦亦如前圖至謂倒在於弦冪之中而已者謂合句股冪倒互成弦冪倒在之在當作互倒互云者卽前注所云句自乘爲朱方股自乘爲青方令出入相補各從其類因就其餘不移動也合成弦方之冪是也圖見前云可更相裏者文有脫誤當作可更相表裏居

裏者則成方冪其居表者則成矩冪云句冪之矩青卷白表又云股冪之矩青卷白表亦疑有誤據上注云句自乘爲朱方股自乘爲青方又云其居表者則成矩冪則此注當云句冪之矩朱卷居表是其冪以股弦差爲廣股弦并爲表而股冪方其裏股冪之矩青卷居表是其冪以句弦差爲廣句弦并爲表而句冪方其裏云是故差之與并用除之短長互相乘也者變句股方冪爲句股矩冪也置句自乘方冪用股弦差除之得股弦并用股弦并除之得股弦差差并

互相乘即句冪之矩也置股自乘方冪用句弦差除之得句弦并用句弦并除之得句弦差并互相乘即股冪之矩也

股弦并爲袤
甲 乙 丁
股冪 丙
股弦差爲廣

句弦并爲袤
甲 乙 丁
句冪 丙
句弦差爲廣

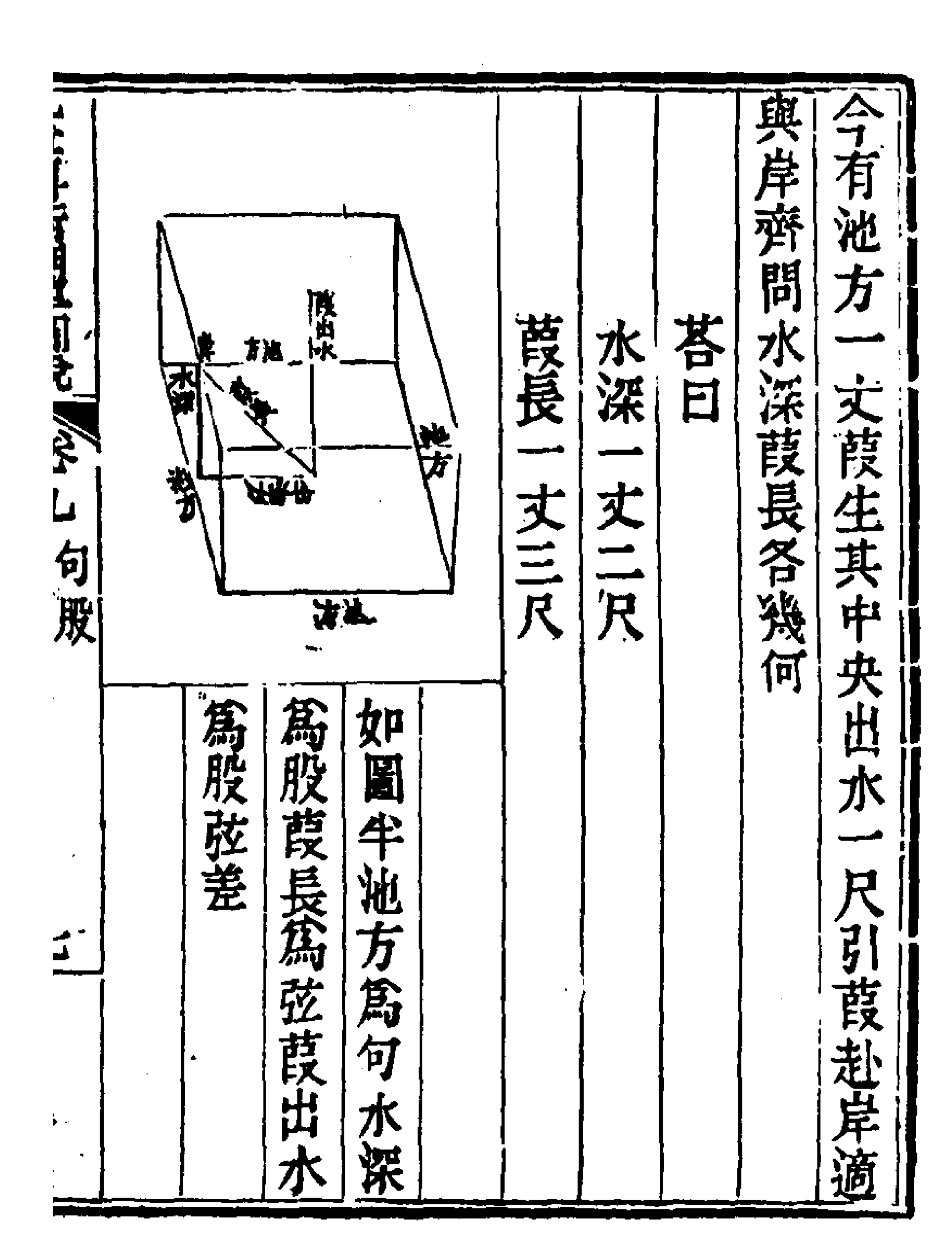
如圖弦冪內減去股冪餘甲乙丙三段爲句冪之矩移丙補丁成一直積以股弦差爲廣股弦并爲袤　股冪之矩義與前圖同

今有池方一丈葭生其中央出水一尺引葭赴岸適與岸齊問水深葭長各幾何

荅曰

水深一丈二尺

葭長一丈三尺



如圖半池方為句水深為股葭長為弦葭出水為股弦差

術曰半池方自乘此以池方半之得五尺爲句水深爲股葭長爲弦以句及股弦差求股弦故令句自乘先見矩冪也以出水一尺自乘減之出水者股弦差減此差冪於矩冪餘爲倍股弦差乘股長之矩冪餘倍出水除之

即得水深倍差爲矩冪之廣水深是股欲先見葭長者出水一尺自乘以加於半池方自乘倍出水除之即得令此冪得出水一尺爲袤故爲矩而得葭長也加出水數

得葭長臣淳風等謹按此葭本出水一尺既見水深故加出水尺數而得葭長也

草曰置池方一丈展爲一十尺半之得五尺爲

句自乘得二十五尺爲句冪亦爲股弦差乘股

弦并冪以出水一尺爲股弦差自乘得一尺爲

股弦差冪以減句冪二十五尺餘二十四尺爲

倍股弦差與股長相乘之羃以出水一尺倍之得二尺爲倍股弦差除之得一十二尺爲股即水深加股弦差出水一尺得一十三尺爲弦即葭長也合問

注先求葭長草曰如前求到半池方自乘二十五尺以出水一尺自乘加之得二十六尺爲倍股弦差與弦長相乘之羃以倍出水二尺爲倍股弦差除之得一十三尺爲弦即葭長減股弦差出水一尺得一十二尺爲股即水深

今有立木繫索其末委地三尺引索卻行去本八尺

而索盡問索長幾何

荅曰一丈二尺二十一分尺之一

潢按當作一丈二尺六分尺之一

如圖立木爲股卻行去本爲句索長爲弦委地爲股弦差

立木
索長
委地
去本八尺

術曰以去本自乘此以去本八尺爲句所求索者弦也引而索盡與開門去閫者何及股弦差求股弦同一術去本自乘者先張矩羃令如委數而一委地者股弦差也以除矩羃即是股弦并也所得加委地數而半之即

索長子不可半者倍其母加差於并則成兩索長故又半之其減差於并而半之得木長也

草曰置去本八尺為句自乘得六十四尺為句羃以委地三尺為股弦差除之得二十一尺三分尺之一為股弦并加股弦差三尺得二十四尺三分尺之一為兩弦并半之得一十二尺六分尺之一為弦即索長也合問

注求木長草曰如前求到股弦并二十一尺三分尺之一以股弦差三尺減之餘一十八尺三分尺之一為兩股并半之得九尺六分尺之一

爲股即木長

說曰子不可半者倍其母謂三分之一不可半

故倍其母爲六分之一也

今有垣高一丈倚木於垣高與垣齊引木卻行一尺

其木至地問木幾何

荅曰五丈五寸

如圖垣高爲句去垣爲股木

長爲弦卻行爲股弦差

術曰以垣高十尺自乘如邪行尺數而一所得以加邪行尺數而半之卽木長數（出以垣高一丈爲句所求倚木者爲弦引邪行一尺爲股弦差其爲術之意與繫索問同也）

草曰置垣高一丈展作一十尺爲句自乘得一百尺爲句冪亦爲股弦差與股弦并相乘冪以邪行一尺爲股弦差除之得一百尺爲股弦并加股弦差一尺得一百一尺爲兩弦并半之得五十尺半收作五丈五寸爲弦卽木長也合問

說曰注云爲術之意與繫索問同者皆以句及股弦差求弦也

今有圓材埋在壁中不知大小以鋸鋸之深一寸鋸道長一尺問徑幾何

荅曰材徑二尺六寸

如圖鋸道爲句材徑爲弦鋸深爲股弦差之一半

術曰半鋸道自[illegible]此術以鋸道一尺爲句材徑弦鋸深一寸爲股弦差之一半鋸長亦半之也臣淳風等謹按下鋸深得一寸爲半股弦差注云爲股弦差者鋸道

也如深寸而一以深寸增之即材徑亦以半增之如上術去本當半之今此皆同半差不復半也

潢按注下鏃深得一寸為半股弦差深下疑脫亦字云為股弦差者鏃道也句有舛誤文既不屬且鏃道為句鏃深為股弦差之半何得云為股弦差者鏃道也

草曰置鏃道長一尺半之得五寸為半句自乘得二十五寸為半句冪又為半股弦差與半股弦并相乘冪以深一寸為半股弦差除之得二十五寸為半股弦并以半股弦差一寸增之得

二十六寸為弦即材徑也荅問

說曰注云今此皆同半差不復半也者謂句與股弦并同用半以半股弦差增半股弦并得弦故不復半之也

今有開門去閫一尺不合二寸問門廣幾何

荅曰一丈一寸

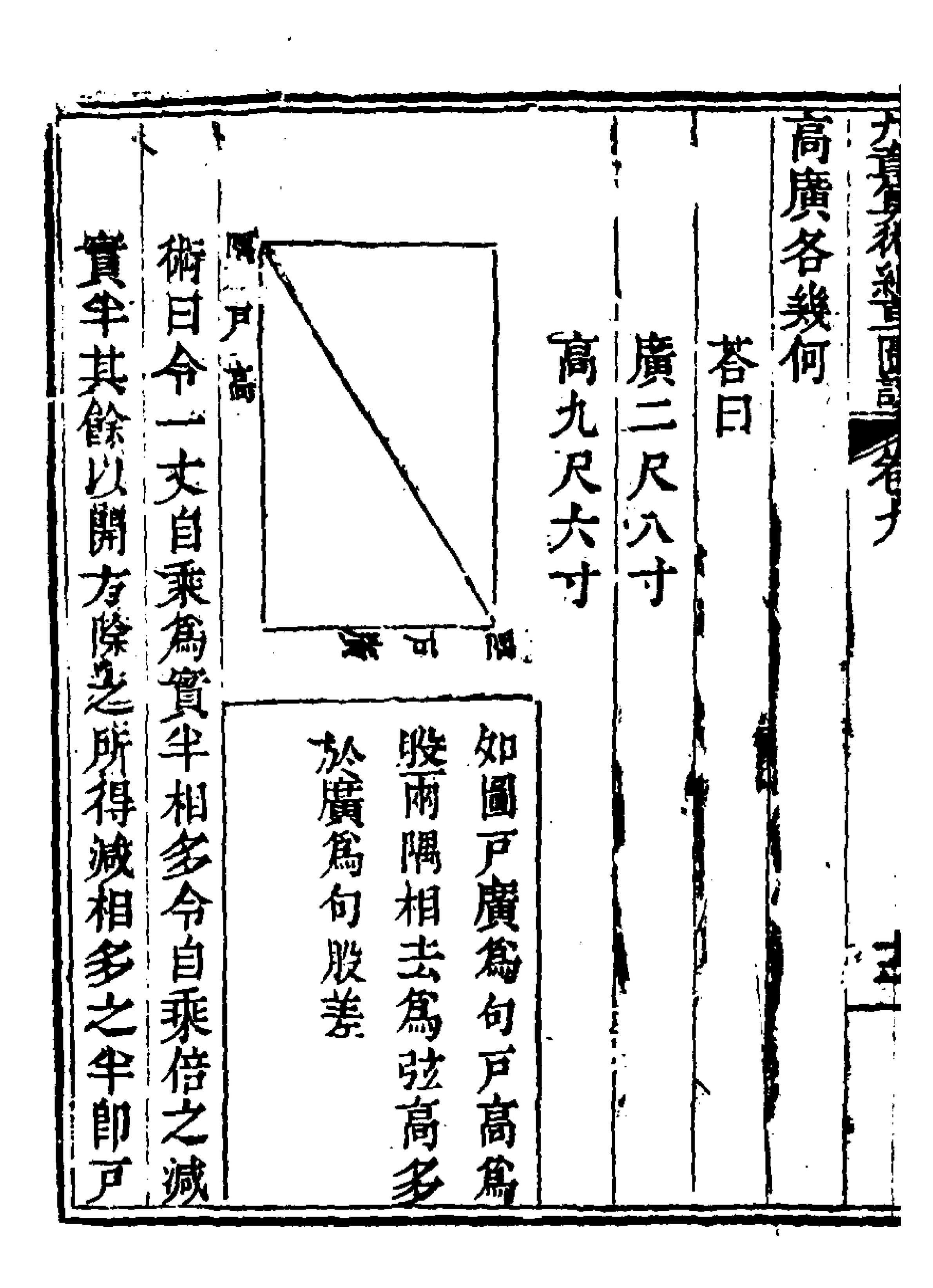
如圖去閫為句半門廣為弦半闊減半不合為股半不合為股弦差闊與門廣等為倍弦

術曰以去閫一尺自乘所得以不合二寸半之而一所得增不合之半即得門廣此夫閫一尺爲句門廣爲股不合二寸以半之得一寸爲股弦差求弦故當半之今即以兩弦爲廣數故不復半之也

潢按注門廣爲股當作半門廣爲弦

草曰置去閫一尺展作一十寸爲句自乘得一百寸爲句冪又爲股弦差與股弦并相乘冪以不合二寸半之得一寸爲股弦差以除之得一百寸爲股弦并以股弦差一寸加之得一百一寸即一丈一寸爲倍弦即門廣也合問

今有戶高多於廣六尺八寸兩隅相去適一丈問戶



高廣各幾何

荅曰

廣二尺八寸

高九尺六寸

如圖戶廣爲句戶高爲股兩隅相去爲弦高多於廣爲句股差

術曰令一丈自乘爲實半相多令自乘倍之減實半其餘以開方除之所得減相多之半即戶

廣加相多之半即戶高令戶廣為句高為股兩隅相去一丈為弦高多於廣六尺八寸為句股差按圖為位弦冪適滿萬寸倍之減句股差冪開方除之其所得即高廣并數以差減并而半之即戶廣加相多之數即戶高也今此術先求其半一丈自乘為朱冪四黃冪一半差自乘又倍之為黃冪四分之二減實半其餘有朱冪二黃冪四分之一其於大方乘四分之三適得四分之一故開方除之得此高廣并數之半減差半得廣加得戶高又按此圖弦冪句股并自乘加差冪為兩弦冪半之開方得弦令倍弦冪減差冪求句股并弦冪先見其弦然後知其句與股也句股適等者并而自乘與即為兩弦冪皆各為方先見其弦然後知其句與股者倍弦冪即為句股適等者并而自乘之冪半相多自乘倍之又半股并自乘亦倍之合為弦冪其無差數者句股各自乘并之為實與句股相乘倍之為實皆開方得弦弦冪半之為實開方即得句股及股長句短同源而分流焉假令句股各五弦冪五十開方除之得七尺有餘

一不盡假令弦十寸其冪有百半之爲句股二冪各得五十當亦不可開故曰圜三徑一方五斜七雖不正得盡理亦可言相近耳其句股合而自乘之冪令弦自乘倍之爲兩弦冪以減之其餘開方除之爲句股差加差於合而半之爲股減差於合而半之爲句句股弦即高廣袤其出此圖也其倍弦爲廣袤合矩句即爲冪得廣即句股差其矩句之冪倍爲從法開之亦句股差其餘以句股冪減半其餘差爲從法開方除之即句也

潢按注又半股并自乘亦倍之半字下脫句字股弦即高廣袤當作句股弦即高廣袤

草曰置兩隅相去一丈展作一百寸爲弦自乘得一萬寸爲弦實置高多於廣六尺八寸半之得三尺四寸展作三十四寸爲句股差自乘得

一千一百五十六寸爲半句股差冪倍之得二千三百一十二寸爲句股差冪之半以減弦實一萬寸餘七千六百八十八寸半之得三千八百四十四寸爲半句股并冪開方除之得六十二寸爲半句股并副置上下二位以半句股差三十四寸減上位加下位上得二十八寸收作二尺八寸爲句即戶廣也下得九十六寸收作九尺六寸爲股即戶高也合問

說曰此問以弦與句股差求句股也注云按圖爲位至即戶高也者謂於兩弦冪內減去句股

差冪餘爲句股并之冪也兩隅相去爲弦自乘
倍之爲兩弦冪高多於廣爲句股差自乘以減
兩弦冪餘爲句股并冪開方除之得句股并以
差減并而半之爲句即戶廣以差加并而半之
爲股即戶高也具圖於後

如圖大方爲句股并冪容朱
冪八黃冪一中方爲弦冪容
朱冪四黃冪一倍之得朱冪
八黃冪二減黃冪一餘并冪
黃冪者句股差冪也

云今此術先求其半至加得戸高者謂於弦冪
內減去半差冪之倍餘半之得句股并冪四分
之一開方除之得句股并之半也如上圖弦冪
內容朱冪四黃冪一今減去半差自乘者倍餘
朱冪四黃冪四分之二又半之為朱冪二黃冪
四分之一其於前圖句股并冪棄四分之三餘
四分之一開方除之得句股并之半所謂大方
者即句股并冪也云又按此圖冪至然後知其
句與股也者先言有并有差求弦後言有弦有
差求句股并也云句股適等者至同源而分流

爲者言差并與弦可以互求句股適等者與弦亦可互求也云假令至相近耳者言無差者之不可開也云其句股合而自乘之冪至減差於合而半之爲句者論有并有弦求句股之法與設問之意更相反覆也云其出此圖也以下就術文推廣言之備開帶從平方法也倍弦爲廣袤合截句股差爲廣餘者爲袤廣袤相乘爲實倍弦爲從法開方除之得廣即句股差其云矩句者即矩句磬折之謂云從法者與下問以出北門步數并出南門步數爲從法者同也云其

餘以句股冪減當作其實以句股差冪減其實謂弦實也如前圖於弦冪內減去黃冪餘朱冪四爲句股相乘冪之倍半之得句股相乘冪以爲實句股差爲從法開方除之得句其云倍爲從法者以廣袤并爲方法也差爲從法者以廣袤差爲方法也

今有戶不知高廣竿不知長短橫之不出四尺從之不出二尺邪之適出問戶高廣袤各幾何

荅曰

廣六尺

高八尺

表一丈

如圖戶廣爲句戶高爲股戶表爲弦橫不出爲句弦差從不出爲股弦差

術曰從橫不出相乘倍而開方除之所得加從不出卽戶廣此以戶廣爲句戶高爲股戶表爲弦凡并句股之冪卽爲弦冪或矩於表或方於裏連之者舉表矩而方之則又從句方裏合爲靑矩之表未滿黃方滿此方則兩端之廉重於隅中各以股弦差爲廣句弦差爲表故兩端差相乘又倍之則成黃方之冪開方除

之得黃方之面其外之青知亦以股弦差爲廣故以股弦差加之則爲句也

加橫不出卽戶高兩不出加之得戶袤

濵按戶袤之袤皆當作袤惟荅文袤一丈不誤

注其外之靑知知當作矩

草曰置從不出二尺爲股弦差橫不出四尺爲句弦差相乘得八尺倍之得一十六尺爲弦并差冪開方除之得四尺爲弦并差副置上中下三位以從不出二尺加上位得六尺爲句卽戶廣也以橫不出四尺加中位得八尺爲股卽戶高也并兩不出得六尺以加下位得十尺爲弦

卽戸亥也合問

說曰此問以句弦差股弦差求句股弦也云凡并句股之冪卽爲弦冪或矩於表或方於裏者如上注所云句冪之矩居表則股冪方其裏股冪之矩居表則句冪方其裏是也云連之者舉表矩而方之至得黃方之面者明句弦差股弦差相乘倍之爲弦并差之冪也作股方於弦冪裏矩於表者爲句冪復舉句冪之矩而方之又從句方裏令爲靑矩之表此靑矩之表句方與句矩同用冪也句方內減靑矩之表餘黃方冪

句矩內減青矩之表餘兩端之廉則兩廉與黃方冪等明矣兩端之廉兩差相乘冪也各以股弦差爲廣句弦差爲袤黃方之冪弦并差自乘冪也開方除之得弦并差云其外之青矩亙則爲句也者明以弦并差加股弦差爲句之理也

如圖句弦差股弦差相乘倍之爲兩廉其冪與黃方等故開方除之得黃方之面加股弦差即句加句弦差即股加兩差即弦

今有竹高一丈末折抵地去本三尺問折者高幾何

荅曰四尺二十分尺之十一

竹高

餘高

末折抵地

去本

如圖去本爲句餘高爲股末折抵地爲弦竹高爲股弦并

術曰以去本自乘此去本三尺爲句折之餘高爲股末折抵地爲弦以句及股弦并求股故先令句自乘見矩冪令如高而一竹高一丈爲股弦并以除此冪得差所得以減竹高而半其餘即折者之高也此術與繫索者之類更相反覆也亦可如上術令高自乘爲股弦并冪去本自乘爲矩冪減之餘爲

實倍高爲法則得折之高數也

草曰置去本三尺爲句自乘得九尺爲句冪又爲股弦差乘股弦并冪以竹高一丈展作一十尺爲股弦并除之得一十分尺之九爲股弦差以減股弦并一十尺餘九尺一十分尺之一爲兩股并半之得四尺二十分尺之十一爲股即折者之高也合問

法求折之高草曰置竹高一十尺爲股弦并自乘得一百尺爲股弦并冪去本三尺爲句自乘得九尺爲句矩冪以減股弦并冪餘九十一尺

爲倍股弦并乘股冪以爲實置竹高一十尺倍之得二十尺爲倍股弦并以爲法實如法得四尺二十分尺之十一爲股即折之高也

說曰注云此術與繫索者之類更相反覆者繫索諸術句及股弦差求弦此術句及股弦并求股故云更相反覆也云亦可如上術者如上葭生術也上術於句矩冪內減去股弦差冪餘爲實倍差爲法得股此術於股弦并冪內減去句矩冪餘爲實倍并爲法得股具圖於後

如圖股弦并冪內容股冪一

股冪 | 股弦相乘冪
股弦相乘冪 | 弦冪

弦冪一股弦相乘冪二於弦冪內減去句矩冪餘股冪二股弦相乘冪二移作直積以股爲廣倍股弦并爲袤故倍股弦并除積得股

倍股弦并爲袤

股冪
股弦相乘冪
股冪
股弦相乘冪

股爲廣

今有二人同所立甲行率七乙行率三乙東行甲南行十步而邪東北與乙會問甲乙行各幾何

荅曰

乙東行十步半

甲邪行十四步半及之

如圖甲南行爲句乙東行爲股甲邪行爲弦

術曰令七自乘三亦自乘并而半之以爲甲邪行率邪行率減於七自乘餘爲南行率以三乘七爲乙東行率此以南行爲句東行爲股邪行爲弦句弦并七欲知弦者當以

股自乘爲冪如并而一所得爲句弦差加差於并而半之爲弦以弦減差餘爲句如是或有分當通而約之乃定術以句弦并爲分母差爲分子故令句弦并自乘爲朱黃相連之方股自乘爲青冪之矩令其矩引之直加損同之以句弦并爲袤差爲廣其圖大體以兩弦爲袤句弦并爲廣引黃斷其半爲弦率七自乘者句弦并之率故弦減之餘爲句率同立處是中停也列用率指句弦并爲袤袤弦與句各爲之廣故亦以股率同其袤也

置南行十步以甲邪行率乘之副置十步以乙東行率乘之各自爲實實如南行率而一各得行數

南行十步者所有見句求見弦股故以弦股率如句率而一

謹按永樂大典本無差爲分子句引黃之黃作橫故以弦股率下當有乘字

草曰置甲行率七爲句弦并自乘得四十九爲句弦并冪即爲帶分句弦并（以句弦并爲母）又置乙行率三爲股自乘得九爲股冪又爲句弦并與句弦差相乘冪即爲帶分句弦差（以句弦并爲母）以帶分句弦并與帶分句弦差相并得五十八爲帶分兩弦并半之得二十九爲帶分弦（以句弦并爲母）爲甲邪行率以帶分弦二十九減帶分句弦并四十九餘二十爲帶分句（以句弦并爲母）爲甲南行率又置乙行率三爲股以句弦并七乘之得二十一爲帶分股（以句弦并爲母）爲乙東行率置南行十步爲見

句以甲邪行率帶分弦二十九乘之得二百九
十步爲甲邪行實於上副置南行十步爲見句
以乙東行率帶分股二十一乘之得二百一十
步爲乙東行實於下以甲南行率帶分句二十
爲法各除實上得十四步半爲見弦卽甲邪行
及乙數也下得十步半爲見股卽乙東行數也

合問

說曰注云令句弦并自乘爲朱黃相連之方者
句自乘爲朱方弦自乘爲黃方句弦并自乘爲
朱黃相連之方云股自乘爲青幂之矩者股幂

之矩居朱方之表也云令其矩引之直者榜矩冪爲直積也云加損同之者令青冪出入相補成一直積以句弦并爲袤差爲廣也同之者同以句弦并爲母也云引黄斷其半爲弦率者故亦以股率同其袤者黄即黄方也此圖大體以兩弦爲袤引黄使長中分之以弦爲廣句弦并爲袤即帶分之弦爲弦率也以帶分之弦減朱黄相連之方餘帶分之句以句爲廣句弦并爲袤者爲句率弦與句各以句弦并爲袤故亦以句弦并乘股爲股率所以同其袤也云南行十

步者所有見句求見弦股故以弦股率乘如句率而一者今有之義也

青出

青　朱

青入

黃弦

句

句弦并爲廣

如圖朱方爲句冪黃方爲弦冪朱黃相連之方爲句弦并冪股自乘爲青冪之矩令出入相補以句弦差爲廣并爲袤加朱黃相連之方以兩弦爲袤并爲廣

今有句五步股十二步問句中容方幾何

荅曰方三步十七分步之九

術曰并句股爲法句股相乘爲實實如法而一得方一步句股相乘爲朱青黃冪各二令黃冪運於下隅朱青各以類合共成修冪中方黃爲廣并句股爲袤故并句股爲法冪圖方在句中則廣方并之兩廉各自成小句股而其相與之勢不失本率也句面之小股股面之小句從橫相連合而成中方令股爲中方率并句股爲廣率據見句五步而今有之得中方也復令句爲中方率以并句股爲袤率據見股十二步而今有之則中方又可知此則雖不效而法實有法由生矣不容圓率以今有衰分言之可以見

之也

淵按注而法實有法由生矣有字下衍法字不

容圓率不字當作下

草曰置句五步股十二步相乘得六十步爲實

并句股得十七步爲法實如法得三步十七分

步之九即容方也合問

說曰句股相乘爲朱青黃冪各二者句股相乘

冪以弦剖之爲二句股各作中方爲黃冪餘句

乘方半之爲朱冪餘股乘方半之爲青冪各二

句股爲朱青黃冪者各二具圖於后

如圖句股相乘爲朱青黃冪各二

云令黃冪連於下隅至并句股爲法者核句股相乘冪爲修冪以容方爲廣句股并爲袤故句股相乘爲實并句股爲法而得方也

如圖移句股相乘冪爲修冪

云冪圖方在句中莖不失本率者明大小句股有相與之勢也冪圖者即上句股相乘冪之圖也方在句中者即所問句中容方也

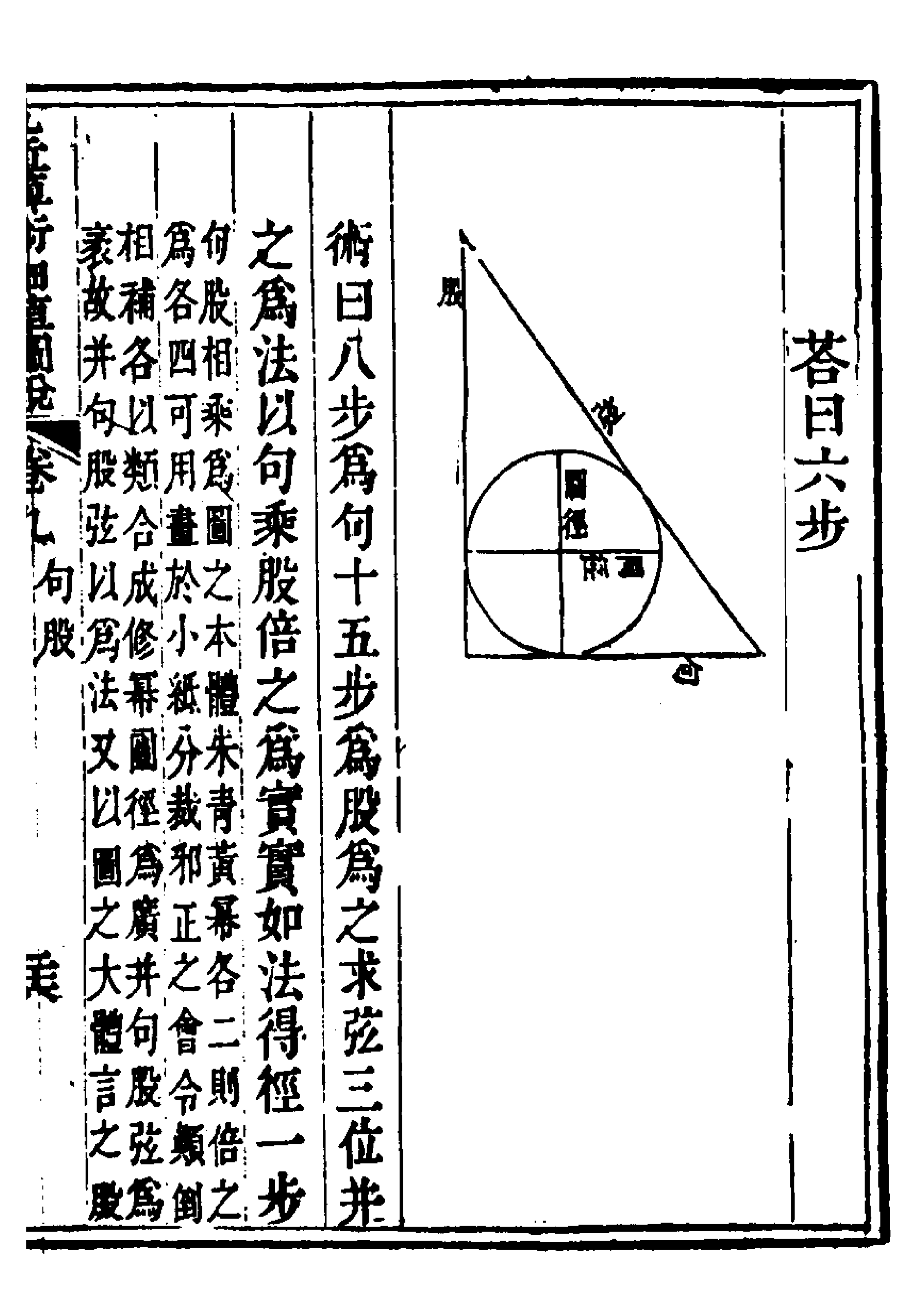
如圖方之兩廉各自成小句股

云句面之小股至則中方又可知者今有之義也并句股得十七步爲所有率股十二步爲所求率見句五步作句面之小句股并爲所有數

而今有之得三步十七分步之九爲句面之小股即中方也并句股得十七步爲所有率句五步爲所求率見股十二步作股面之小句股并爲所有數而今有之得三步十七分步之九爲股面之小句亦即中方也云此則雖不效者效放也注以今有術求中方雖不效術文之但言法實而爲法實之所由生也兼言衰分者以句股爲列衰副并爲法有似衰分故兼言之也說詳容圓術

今有句八步股十五步問句中容圓徑幾何

荅曰六步



術曰八步爲句十五步爲股爲之求弦三位并之爲法以句乘股倍之爲實實如法得徑一步

句股相乘爲圖之本體朱青黃冪各二則倍之爲各四可用畫於小紙分裁邪正之會令顛倒相補各以類合成修冪圖徑爲廣并句股弦爲袤故并句股弦以爲法又以圖之大體言之股

中青必令立規於橫廣句股又邪三徑均而復連規從橫量度句股必合而成小方矣又晝中弦以觀其會則句股之中成小句股弦者四句面之小股股面之小句皆小方之面皆圓徑之半其數故可衰以句股弦爲列衰副并爲法以小句乘未并者各自爲實實如法而一得句面之小股可知也以股乘列衰爲實則得股面之小句可知言雖異矣及其所以成法之實則同歸矣則圓徑又可以句乘之差并句弦差減股爲圓徑又弦減句股并餘爲圓徑以句弦差乘股弦差而倍之開方除之亦圓徑也

潢按注股中青必令立規於橫廣句疑有脫誤句股又邪又當作及以小句乘未并者小字衍及其所以成法之實則同歸矣之字亦衍則圖徑以下字句多脫誤當云則又可以股弦差減

句句弦差減股爲圓徑又弦減句股并餘爲圓徑并句弦差股弦差減弦餘爲圓徑以句弦差乘股弦差而倍之開方除之亦圓徑也

草曰置句八步於上位自乘得六十四步爲句冪置股十五步於下位自乘得二百二十五步爲股冪并句股冪得二百八十九步爲弦冪開方除之得一十七步爲弦以并上下位得四十步爲句股弦并以爲法以句乘股得一百二十步倍之得二百四十步爲實實如法得六步即容圓徑也合問

說曰句股相乘爲朱青黃冪各二者半徑自乘爲黃冪二半徑減句餘以半徑乘之爲朱冪二半徑減股餘以半徑乘之爲青冪二也

如圖句股相乘爲朱青黃冪各二黃方之面卽圓徑之半

云則倍之爲各四可用畫於小紙分裁邪正之會者句股相乘倍之爲朱青黃冪各四於邪正會處分裁之以便顛倒相補也

云令顛倒相補至并句股弦以爲法者釋以句
乘股倍之爲實并句股弦爲法得容圓徑之義
也四黃冪合成正方即圓徑自乘冪四朱冪合
成長方即圓徑爲廣半圓徑減句餘倍之爲袤
相乘冪四青冪合成長方即圓徑爲廣半圓徑
減股餘倍之爲袤相乘冪合之成修冪圓徑爲

廣并句股弦爲袤

并句股弦爲袤

黃　黃
黃　黃
朱　朱
朱　朱
朱　朱
朱　朱
青　青
青　青
青　青
青　青

圓徑爲廣

云又以圖之大體言之至皆圓徑之半者謂立規於句股中心自立規處度至句至股至弦皆半徑也故曰三徑均乃運規成圓又畫中弦以觀其會則句股之中成小句股弦者四句面之小股股面之小句也　小方之面皆圓徑之半

如圖句股之中成小句股
弦者四句面之小股股面
之小句皆小方之面皆圓
徑之半

云其數故可衰至則同歸矣者以今有差分之
義釋術文法實之所由生也并句股弦得四十
步爲所有率股十五步爲所求率以句八步作
句面之小句股弦并爲所有數而今有之得三
步爲句面之小股卽圖徑之半并句股弦得四
十步爲所有率句八步爲所求率以股十五步

作股面之小句股弦并為所有數而今有之得三步為股面之小句亦即圓徑之半此今有之義也置句八步股十五步弦十七步為列衰副并得四十步為法以股十五步為所分數得句三步股五步四十分步之二十五弦六步四十分步之一十五并之得十五步故以股十五步為股面之小句股弦并股面之小句三步即圓徑之半以句八步為所分數則得句一步四十分步之二十四股三步弦三步四十分步之一十六并之得八步故以句八步為句面之小句

股弦并句面之小股三步即圓徑之半此衰分之義也上容方術注云下容圓率以今有衰分言之此注但言衰分而不言今有者言今有則衰分之義不顯言衰分而今有之義可知云又可以股弦差減句至赤圓徑也者釋句中容圓徑即弦并差也弦并差之義前戶不知高廣圖說詳之矣

今有邑方二百步各中開門出東門十五步有木問出南門幾何步而見木

荅曰六百六十六步太半步

如圖出東門步數爲句率東門南至隅步數爲股率南門東至隅步數爲見句出南門步數爲見股

術曰出東門步數爲法以句率爲法也半邑方自乘爲實實如法得一步此以出東門十五步爲句率東門南至隅一百步爲股率南門東至隅一百步爲見句步欲以見句求股以爲出南門數正合半邑方自乘者股率當乘見句此二者數同也

草曰置邑方二百步半之得一百步爲股率又

爲見句自乘得一萬步爲實以出東門十五步
爲句率以爲法實如法得六百六十六步十五
分步之一十分母子各以五約之得三分步之
二卽太半步爲見股卽出南門見木步數也合
問
說曰術以容方自乘爲實餘句爲法實如法得
餘股
今有邑東西七里南北九里各中開門出東門十五
里有木問出南門幾何步而見木
荅曰三百一十五步

如圖出東門里數爲股率東門南至隅里數爲句率南門東至隅里數爲見股出南門爲見股之句

術曰東門南至隅步數以乘南門東至隅步數爲實以木去門步數爲法實如法而一此以東門南至隅四里半爲句率出東門十五里爲股率南門東至隅三里半爲見股所問出南門即見股之句爲術之意與上同也

草曰置邑東西七里半之得三里半以里法三

百步通之得一千五十步爲見股又置南北九里半之得四里半以里法三百步通之得一千三百五十步爲句率以乘見股得一百四十一萬七千五百步爲實又置出東門十五里以里法三百步通之得四千五百步爲股率以爲法實如法得三百一十五步爲見句即出南門見木步數也合問

說曰注云爲術之意與上同也者術亦以容方面相乘爲實餘股爲法實如法得餘句

今有邑方不知大小各中開門出北門三十步有木

出西門七百五十步見木問邑方幾何

答曰一里

如圖出北門步數為小句出西門步數為大股相乘為半方邑自乘居一隅之積分因而四之得四隅之積分開方除之得邑方

術曰令兩出門步數相乘因而四之為實開方除之即得邑方　按前術半邑方自乘出東門步數除之即出南門步數今兩出門相乘為半方邑自乘居一隅之積分因而四之即得四隅之積分故以為實開方除之即邑

方也

草曰置出北門三十步爲小句以出西門七百五十步爲大股乘之得二萬二千五百步爲小句乘大股冪又爲小股乘大句冪又爲半邑方冪四之得九萬步爲邑方冪開方除之得三百步如里法三百步而一得一里即邑方也合問

說曰注引前術者前術以容方自乘餘句除之得餘股此術以餘句餘股相乘開方除之得容方邑方爲容方之倍故以相乘數四之而後開方除之也

今有邑方不知大小各中開門出北門二十步有木出南門十四步折而西行一千七百七十五步見木問邑方幾何

荅曰二百五十步

如圖出北門步數爲句率北門至西隅爲股率自木至邑南十四步爲句折而西行爲股邑方爲廣自木至邑南十四步爲袤合南北步數爲廣袤差

術曰以出北門步數乘西行步數倍之爲實此以折而西行爲股自木至邑南十四步爲句以出北門二十步爲句率北門至西隅爲股率即半廣數故以出北門句率乘西行股得半廣股率乘句之冪然此冪居半以西故又倍之合半以東也并出南門步數爲從法開方除之即邑方此術之冪東西廣如邑方南北自木盡邑南十四步爲袤合南北步數爲廣袤差故連并兩步數爲從法以爲隅外之冪也

草曰置出北門二十步爲小句西行一千七百七十五步爲大股大股相乘得三萬五千五百步爲小句乘大股冪又爲小股乘大句冪又爲自木至邑南十四步與半邑方相乘冪倍之得七萬

一千步為自木至邑南十四步與邑方相乘羃以為實并出北門二十步出南門十四步得三十四步為從法開方除之得二百五十步即邑方也合問

說曰此帶從開方法也邑方為廣自木至邑南十四步為袤廣袤相乘為實合南北步數為廣袤差以為從法開方除之得邑方

今有邑方十里各中開門甲乙俱從邑中央而出乙東出甲南出出門不知步數邪向東門磨邑適與乙會率甲行五乙行三問甲乙行各幾何

荅曰

甲出南門八百步邪東北行四千八百八十七步半及乙

乙東行四千三百一十二步半

如圖乙東行爲股率甲南行爲句率邪行爲弦率自南門至邑東隅爲小股求出南門步數爲小股之句

術曰令五自乘三亦自乘并而半之爲邪行率

邪行率減於五自乘者餘爲南行率以三乘五爲乙東行率求三率之意與上甲乙同置邑方半之以南行率乘之如東行率而一即得出南門步數邑半方自南門至東隅五里以爲小股求出南門步數爲小股之句以東行爲股率南行爲句率故置邑方半之以南行句率乘之如股率而一以增邑方半即南行半邑者南從邑心中停也置南行步求弦者以邪行率乘之求東者以東行率乘之各自爲實實如南行率得一步此術與上甲乙同

草曰置甲行率五爲句弦并自乘得二十五爲一句弦并冪即爲帶分句弦并以句弦并爲母又置乙行

率三為股自乘得九為股冪又為句弦并與句弦差相乘冪即為帶分句弦差（以句弦并為母）以帶分句弦并與帶分句弦差相并得三十四為帶分兩弦并半之得一十七為帶分弦（以句弦并為母）為甲邪行率以帶分弦一十七減帶分句弦并二十五餘八為帶分句（以句弦并為母）為甲南行率又置乙行率三為股以句弦并五乘之得一十五為帶分股（以句弦并為母）為乙東行率置邑方一十里半之得五里以里法三百步通之得一千五百步為小股以甲南行率帶分句八乘之得一萬二千

爲實以乙東行率帶分股一十五爲法實如法
得八百步爲小句即甲出南門步數以半邑方
一千五百步增之得二千三百步爲大句即甲
南行步數也置甲南行二千三百步爲大句副
之以甲邪行率帶分弦一十七乘之得三萬九
千一百步爲邪行實於上以乙東行率帶分股
一十五乘副得三萬四千五百步爲東行實於
下以甲南行率帶分句八爲法各除實上得四
千八百八十七步半爲大弦即甲邪行及乙數
也下得四千三百一十二步半爲大股即乙東

行數也合問

有木去人不知遠近立四表相去各一丈令左兩表與所望參相直從後右表望之入前右表三寸問木去人幾何

荅曰三十三丈三尺三寸少半寸

如圖入表爲句率右兩表相去爲股率左右後兩表相去爲見句木去人爲見股

術曰令一丈自乘爲實以三寸爲法實如法而

一此以入前右表三寸爲句率右兩表相去一丈爲股率左右兩表相去一丈爲見句所問木去人者見句之股股率當乘見句此二率俱一丈故曰自乘以三寸爲法實如法得一寸

草曰置表相去一丈通作一百寸爲股率又以爲見句自乘得一萬寸爲實以入表三寸爲句率以爲法實如法得三千三百三十三寸三分寸之一即三十三丈三尺三寸少半寸爲見股即木去人也合問

有山居木西不知其高山去木五十三里木高九丈五尺人立木東三里望木末適與山峯斜平人目高七尺問山高幾何

荅曰一百六十四丈九尺六寸太半寸

如圖木高減人目高餘爲句率人去木爲股率山去木爲見股山高減木高餘爲見句以見句加木高爲山高

術曰置木高減人目高七尺餘以乘五十三里爲實以人去木三里爲法實如法而一所得加木高即山高 此術句股之義以木高減人目高七尺餘有八丈八尺爲句率去人目三里爲股率山去木五十三里爲見股以句率乘見股如股率而一得句加木之高故爲山

高也

淳按注去人目三里為股率當作人去木三里為股率

草曰置木高九丈五尺以人目高七尺減之餘八丈八尺通作八百八十寸為句率以山去木五十三里為見股以句率乘之得四萬六千六百四十寸為實以人去木三里為股率以為法實如法得一萬五千五百四十六寸三分寸之二即一百五十五丈四尺六寸太半寸為見句以木高九丈五尺加之得一百六十四丈九尺

六寸太半寸即山高也合問

今有井徑五尺不知其深立五尺木於井上從木末望水岸入徑四寸問井深幾何

荅曰五丈七尺五寸

木末
立木
見股
水岸

如圖入徑爲句率立木爲股率井徑減入徑餘爲見句井深爲見股

術曰置井徑五尺以入徑四寸減之餘以乘立木五尺爲實以入徑四寸爲法實如法得一寸

此以入徑四寸爲句率立木五尺爲股率井徑四尺六寸爲見句問井深者見句之股也

潢按井徑四尺六寸爲見句當作井徑減入徑四寸餘有四尺六寸爲見句

草曰置井徑五尺以入徑四寸減之餘四尺六寸通作四十六寸爲見句以立木五尺通作五十寸爲股率乘之得二千三百寸爲實以入徑四寸爲句率以爲法實如法得五百七十五寸即五丈七尺五寸爲見股即井深也合問

九章算術細草圖說卷九　門下晚學生沈欽裴覆